

SAMMENHÆNGEN MELLEM ARBEJDSUDBUD, BESKÆFTIGELSE OG REALLØN PÅ KORT OG LANGT SIGT

28-02-2018

AF SPECIALKONSULENT SØREN HAVN GJEDSTED (26827022)

RESUMÉ

Et centralt resultat i økonomisk teori – som er blevet bekræftet af talrige empiriske eksempler – er, at ændringer i arbejdsudbuddet resulterer i ændringer i beskæftigelsen. Sammenhængen er imidlertid næsten ikke undersøgt statistisk på danske makroøkonomiske data.

I dette arbejdspapir påvises en sådan sammenhæng i danske kvartalsdata i perioden 1996-2016. Der findes en langtidsligevægt, hvor beskæftigelsen afhænger positivt af arbejdsudbuddet og BNP per capita, der fungerer som en proxy for arbejdskraftsefterspørgslen. Den estimerede ligevægt er konsistent med en situation, hvor beskæftigelsen vokser lige så hurtigt som arbejdsudbuddet på langt sigt, men hvor BNP per capita kan have en niveaueffekt på beskæftigelsen. Herudover findes en langtidsligevægt, hvor det gælder, at reallønnen vokser lige så hurtigt som produktiviteten, som målt ved væksten i BNP per capita, igen på langt sigt, mens øget arbejdsudbud har negativ niveaueffekt på arbejdsudbuddet. Dette er konsistent med klassisk makroøkonomisk teori.

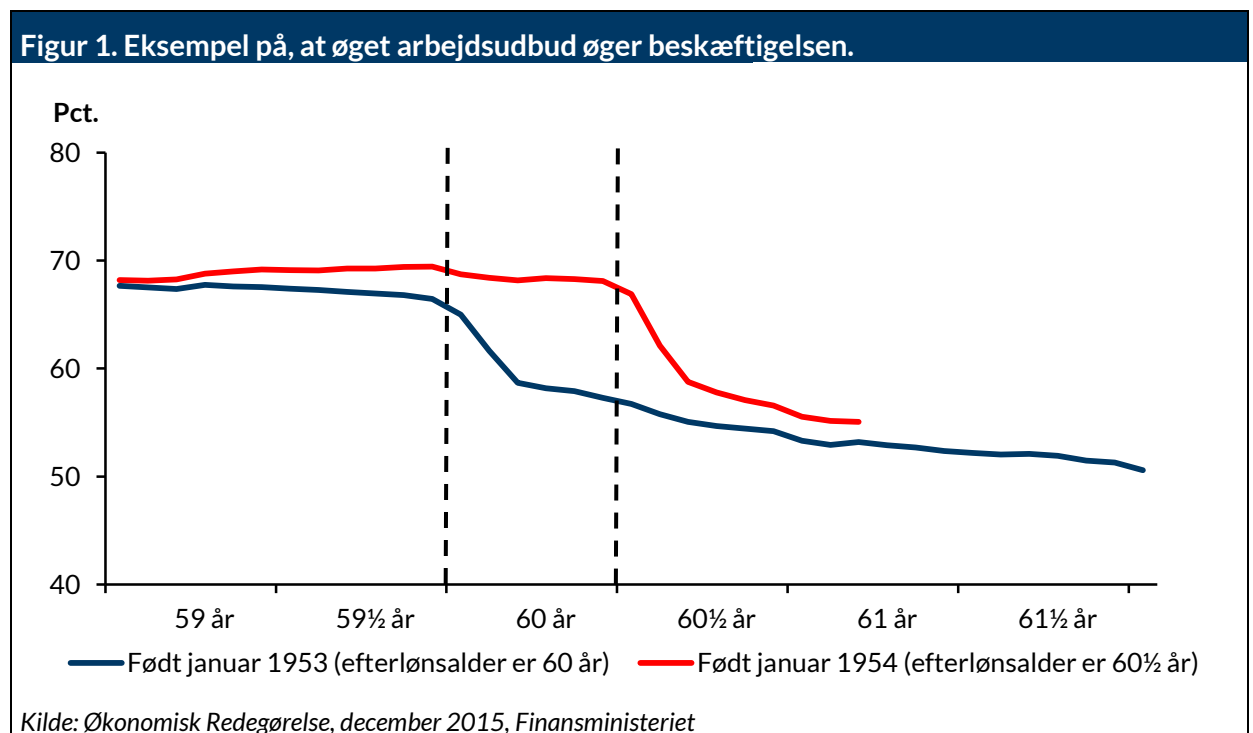
Det undersøges desuden hvilke variabler, der har været de drivende faktorer for de makroøkonomiske variabler i denne statistiske model. Det findes, at det kun er arbejdsudbuddet, der har påvirket beskæftigelsen positivt i den samlede periode, mens øget arbejdsudbud ikke påvirker reallønnen signifikant på langt sigt.

Herudover findes det, at BNP per capita har påvirket reallønnen signifikant positivt. Dette er i overensstemmelse med, at arbejdssefterspørgselsstød kun har permanente effekter på reallønnen, men ikke beskæftigelsen, der på langt sigt udelukkende er bestemt af arbejdsudbuddet. Der findes også, at reallønnen har påvirket BNP per capita signifikant positivt, hvilket dog er svært at tolke på økonomisk.

Endelig findes det, at økonomien har tilpasset sig til den nye ligevægt, som følge af et øget arbejdsudbud, efter 4-6 år. Dette er en smule langsommere end den tilpasningstid, Finansministeriet bruger i deres fremskrivninger, hvor det antages, at tilpasningen tager 4-5 år.

Der har gennem årtier været gennemført reformer, som har øget det danske arbejdsudbud. Eksempler er velfærdsaftalen fra 2006, dagpengereformen fra 2010, efterlønsreformen fra 2011 samt skattereformerne i 2010 og 2013 og i mere begrænset omfang skattereformen fra starten af 2018. Formålet med disse reformer har til dels været at styrke væksten, men det primære formål har været at styrke de offentlige financers holdbarhed¹, bl.a. i lyset af den forøgede levealder samt den demografiske udvikling, hvor meget store generationer går på pension, mens meget små generationer træder ind på arbejdsmarkedet. Forhåbningen er, at det øgede arbejdsudbud øger beskæftigelsen (i hvert fald på langt sigt), hvilket vil styrke de offentlige finanser igennem øgede skatteindtægter og sparede overførelsesindkomster.

Der findes mange empiriske eksempler² på, at øget arbejdsudbud øger beskæftigelse. Figur 1 viser et eksempel.³



I figur 1 sammenlignes beskæftigelsesfrekvensen for to grupper af individer: En gruppe af individer, der er berettiget til efterløn, når de er 60 år gamle, og en gruppe af individer, der er efterlønsberettiget, når de 60½ år gamle. Det ses, at gruppen, der har en efterlønsalder på 60½ år, har en markant højere beskæftigelsesfrekvens som 60-årige, end den tilsvarende gruppe, der har en efterlønsalder på 60 år. Dette indikerer, at det øgede arbejdsudbud også har øget beskæftigelsen.

¹ Det bemærkes, at finanspolitikken lige nu er overholdbar, seneste vismandsrapport DØRS (2017).

² Se Finansministeriet (2014) kapitel 4 for en grundig gennemgang.

³ <https://www.cepos.dk/abcepos/hoejere-efterloensalder-oeger-beskaeftigelsen>

Det er vigtigt at lave en formel statistisk analyse, der bekræfter, at øget arbejdsudbud øger beskæftigelsen på længere sigt. Dette er dog stort set ikke sket indtil videre. Udover Finansministeriet (2014) er det eneste eksempel tilsyneladende, et ikke-publiceret speciale fra Aarhus Universitet, Beierholm (2015). I dette speciale blev der estimeret en kointegreret vector autoregressive model (VAR-model) for den danske beskæftigelse, bruttonationalprodukt (BNP) og arbejdsudbud. Idéen er, at hvis beskæftigelsen øges på langt sigt som følge af et stød til arbejdsudbuddet, så må disse være kointegrerede. Dette blev bekræftet i Beierholm (2015).

Dette arbejdspapir bidrager til litteraturen ved at udvide Beierholm (2015) med (produkt)reallønnen, samt at bruge BNP per capita i stedet for BNP. Formålet med disse udvidelser er at undersøge, hvordan reallønnen påvirkes af det øgede arbejdsudbud, samt at teste om reallønnen vokser med produktiviteten (som målt ved væksten i BNP per capita) på langt sigt. Det findes, at kointegrationsrangen er lig med 2, hvilket betyder, at der er to langsigtsammenhænge i data, nemlig for beskæftigelsen og reallønnen, som er de mest error correcting variabler.

Det findes desuden, at arbejdsudbud er den eneste variabel, der påvirker beskæftigelsen signifikant (positivt) på langt sigt. Arbejdskraftsefterspørgslen (som approksimeres ud fra BNP per capita) har hovedsageligt påvirket reallønnen signifikant positivt. Herudover findes det, at reallønnen har påvirket BNP per capita signifikant positivt, hvilket dog er sværere at tolke på økonomisk.

Endelig undersøges det, hvor hurtigt økonomien er tilbage i ligevægt, når der stødes til arbejdsudbuddet. I denne model er økonomien tilbage i ligevægt 4-6 år efter stødet til arbejdsudbuddet. Dette er en smule langsommere, end hvad der findes i Finansministeriet (2014), hvor tilpasningen vurderes at være 4-5 år. I tilpasningen til den nye ligevægt falder reallønnen, men på langt sigt er denne uændret i forhold til udgangspunktet.

I forhold til økonomisk politik indebærer resultaterne, at reformer, der øger arbejdsudbuddet, kan være stabiliserende for konjunkturerne, hvis de bliver gennemført i en højkonjunktur, da reallønnen i dette tilfælde falder, hvorved noget af presset på arbejdsmarkedet lettes. Herudover kan reformer, der øger arbejdsudbuddet, også fungere som et strukturpolitisk instrument, der kan påvirke beskæftigelsen på langt sigt.

Resten af arbejdspapiret er organiseret som følger: Først beskrives kort en teoretisk model, der motiverer, at beskæftigelsen bør stige på langt sigt, når arbejdsudbuddet stiger. Den empiriske del af arbejdspapiret starter med at beskrive data, og der foretages test for enhedsrødder for at udelukke, at data er stationært før kointegration betragtes. Herefter bestemmes det simultant, hvad laglængden i den underliggende VAR-model er, og hvordan den deterministiske del af modellen håndteres. Det næste trin er at bestemme kointegrationsrangen, og modellen er hermed klar til at blive estimeret. Herefter undersøges der hvilke stød, der har drevet den danske beskæftigelse og realløn i den valgte periode, og tilpasningstiden bestemmes. I appendiks undersøges det, om modellens parametre er stabile over tid, samt om de estimerede residualer er white noise.

TEORI

Det følger af en meget betydelig del af økonomisk makro- og arbejdsmarkedsteori, at en forøgelse af arbejdsudbuddet resulterer i stigende beskæftigelse i hvert fald på længere sigt. I dette afsnit opstilles den simplest mulige model, der kan beskrive grundmekanismerne bag dette resultat. Modellen kan betragtes som en abstrakt skitse, der kan rumme mere elaborerede teoretiske modeller.

Det samlede antal udbudte timers arbejdskraft, M_t , kan findes ved at løse et nyttemaksimeringsproblem for husholdninger. Det skal dog bemærkes, at såfremt der er vækst i reallønnen, som det ofte antages, skal husholdningernes præferencer specificeres, så indkomsteffekten er lig med substitutionseffekten. Hvis dette ikke er tilfældet, vil husholdningerne enten ende med at udbyde uendelig meget arbejdskraft eller nul timers arbejdskraft. Ingen af delene er plausible. Se King et al. (1988) for detaljer om, hvordan præferencerne skal specificeres, når der er vækst i økonomien.

Den samlede produktion antages at følge en Cobb-Douglas-funktion med konstant skalaafkast:

$$Y_t = A_t(Z_t L_t)^{1-\alpha} K_t^\alpha, \quad \alpha \in (0,1)$$

A_t er produktivitetstød (der antages at være stationær, og hvis law of motion er eksogenet givet), L_t er arbejdskraften, K_t er kapitalapparatet og Z_t er teknologien, der antages at trende.

For at lette notationen introduceres kapital per effektiv medarbejder:

$$\tilde{K}_t \equiv \frac{K_t}{Z_t L_t}$$

Som antages at være konstant i steady state.

Kapitalapparatet udvikler sig ud fra følgende standard law of motion:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t, \quad \delta \in (0,1)$$

hvor I_t er bruttoinvesteringer i periode t , og δ er afskrivningsraten.

Arbejdskraften er definatorisk givet ud fra:

$$L_t = M_t - U_t$$

Hvor U_t er antallet af ledige og M_t . På langt sigt antages $U_t = M_t u^n$, hvor u^n er den naturlige ledighed givet af strukturelle forhold på arbejdsmarkedet mv.

Det bemærkes, at hvis der skal eksistere ufrivillig arbejdsløshed i modellen, så skal denne indeholde en real rigiditet. Denne kan fx være, at en fagforening har sat reallønnen over, hvad denne er i ligevægt, hvilket skaber ufrivillig arbejdsløshed. En anden real rigiditet findes i efficiency wage-teorierne, hvor virksomhederne har incitament til at sætte reallønnen højere end dennes

ligevægtsniveau. En tredje mulighed er, at der kan eksistere ufrivillig arbejdsløshed pga. søgefriktioner, således at et arbejdsløst individ ikke bliver "matchet" med en virksomhed, der har en ledig stilling lige med det samme. Dette arbejdsrapport beskriver ikke disse reale rigiditeter nærmere.

Virksomhedens førsteordensbetingelse for arbejdskraft er:

$$w_t = Z_t(1 - \alpha)A_t\tilde{K}_t^\alpha$$

Hvor w_t er reallønnen.

Virksomhedens førsteordensbetingelse for kapital er:

$$r_t + \delta = \alpha A_t \tilde{K}_t^{\alpha-1}$$

hvor r_t er kapitalens (reale) aflønning.

Hvis der betragtes en steady state (ss), er ledighedsraten lig med den naturlige ledighedsrate:

$$u^n = \frac{U_{SS}}{M_{SS}} = \frac{M_{SS} - L_{SS}}{M_{SS}} = 1 - \frac{L_{SS}}{M_{SS}}$$

hvor der må gælde, at beskæftigelsen skal vokse lige så hurtigt som arbejdsudbuddet, hvis den naturlige ledighed skal være konstant. Altså:

$$\frac{dL}{L} = \frac{dM}{M}$$

I steady state gælder det desuden, at effektiv kapital per arbejder er konstant, således at reallønnen og kapitalens aflønning også er konstante i steady state. Givet konstant skalaafkast gælder endvidere:

$$\frac{dw}{dM} = 0$$

således, at arbejdsudbuddet ikke påvirker lønniveauet på langt sigt (så længe arbejdskraften er et homogent gode, og økonomien har konstant skalaafkast). Intuitionen bag dette resultat er, at øget arbejdsudbud på kort sigt giver anledning til reallønspress, hvilket gør det mere profitabelt for virksomhederne at investere, hvorved kapitalapparatet øges. Denne dynamik fortsætter, indtil reallønnen er tilbage i sit (trend korrigerede) niveau før stødet til arbejdsudbud.

Langsigtsudviklingen i reallønnen er bestemt af udviklingen i produktiviteten (se første ordensbetingelsen for virksomhedernes arbejdskraft):

$$\frac{dw}{w} = \frac{dZ}{Z}$$

Det bemærkes desuden, at der ikke er nogen trend i kapitalens reale aflønning, da kapital per effektiv arbejder er konstant i steady state (se virksomhedernes førsteordensbetingelse efter arbejdskraft).

På kort sigt kan økonomien afvige fra ligevægten på langt sigt. Nedenfor beskrives meget generelle overvejelser omkring kortsigtstilpasningen som følge af et stød til arbejdsudbuddet:

Hvis det antages, at øget arbejdsudbud slår hurtigere igennem på beskæftigelsen end på kapitalapparatet, så følger der fra virksomhedens førsteordensbetingelse for arbejdskraft, at reallønnen kan falde på kort sigt, da kapital per arbejdskraftsenhed falder. Mekanismen for kapitaltilpasningen kan eksempelvis forudsættes at afhænge bl.a. af forskellen mellem den faktiske og ønskede kapitaludrustning i foregående periode:

$$\tilde{I}_t = \tilde{I}_{ss} + f(\tilde{K}_{ss} - \tilde{K}_{t-1}, \dots),$$

Hvor en tilde over en variabel angiver, at disse er per effektiv medarbejder.

Løntilpasningen kan ligeledes antages ikke at ske øjeblikkeligt, således at

$$\hat{w}_t = \hat{w}_{ss} + g(U_{ss} - U_{t-l}, \dots),$$

Hvor $\hat{w}_t \equiv \frac{w_t}{Z_t}$ er stationær (se virksomhedernes førsteordensbetingelse for arbejdskraft).

Det kan indebære en real rigiditet i modellen, som kan drive en væsentlig del af tilpasningsdynamikken på kort sigt. Denne dynamik vil i høj grad afhænge af tilpasningsfunktionerne $f(\cdot)$ og $g(\cdot)$ og vil variere mellem forskellige makro- og arbejdsmarkedsteorier. Det er dog ikke afgørende for modellens langsigtede egenskaber og heller ikke for den empiriske estimation af langtidsligevægten, selv om estimationen kan give et fingerpeg om kortsigtsdynamikken⁴.

På længere sigt stiger kapitalapparatet for at holde kapitalmængden per effektiv arbejder fast, når arbejdsudbuddet øges. Dette indebærer, at reallønnen er uændret på langt sigt. Ud fra kapitalapparatets law of motion følger der, at nettoinvesteringerne må stige over tid proportionalt med beskæftigelse og arbejdsudbud.

Estimationsresultaterne nedenfor bekræfter, at dansk økonomi gennem de seneste 20 år har fulgt en udvikling svarende til de teoretisk forventede langtidsegenskaber (jf. tabel 5 og 6). Alt

⁴ Mere specifikt kan der antages konkrete funktionelle former for $f(\cdot)$ og $g(\cdot)$, hvorefter kortsigtseffekten fra den strukturelle model kan bestemmes. Herefter kan det undersøges, om denne kortsigtsdynamik er i overensstemmelse med en kointegreret VAR-model. Dette er relevant, da det under visse antagelser kan vises, at en kointegreret VAR-model giver en god beskrivelse af kovariansstrukturen i data, se fx Juselius (2007) kapitel 3 og Hendry & Richard (1983). Se desuden også Juselius & Franchi (2007) for en lignende pointe i forbindelse med estimation af DSGE-modeller.

andet lige vokser beskæftigelsen lige så hurtigt som arbejdsudbuddet på langt sigt, mens real-lønnen drives af udviklingen i produktiviteten, ligeledes på langt sigt.

BESKRIVELSE AF DATA OG TEST FOR ENHEDSRØDDER

I dette afsnit beskrives de anvendte data⁵, og der testes om data indeholder enhedsrødder (er I(1)). Det er essentielt, at variableerne indeholder enhedsrødder, da dette er en nødvendig betingelse for, at disse kan være kointegrerede.

Der bruges kvartalsvis data fra første kvartal 1996 og frem til fjerde kvartal 2016, og der er dermed 84 observationer. Alle data er sæsonkorrigerede og i naturlige logaritmer i den endelige analyse.

Den nominelle (time)løn er udledt ved at kombinere Ikon2x med Ikon2, begge fra statistikbanken og for hele økonomien. Begge indeks indeholder frynsegoder, så længe disse er a-skattepligtige, og de indeholder ligeledes pension betalt af arbejdsgiverne. Den eneste forskel på de to lønindeks er håndteringen af semi-offentlige virksomheder som fx DSB. De to lønindeks kombineres ved at fremskrive Ikon2x med udviklingen i Ikon2 efter det kvartal, hvor Ikon2x stopper (andet kvartal 2008).

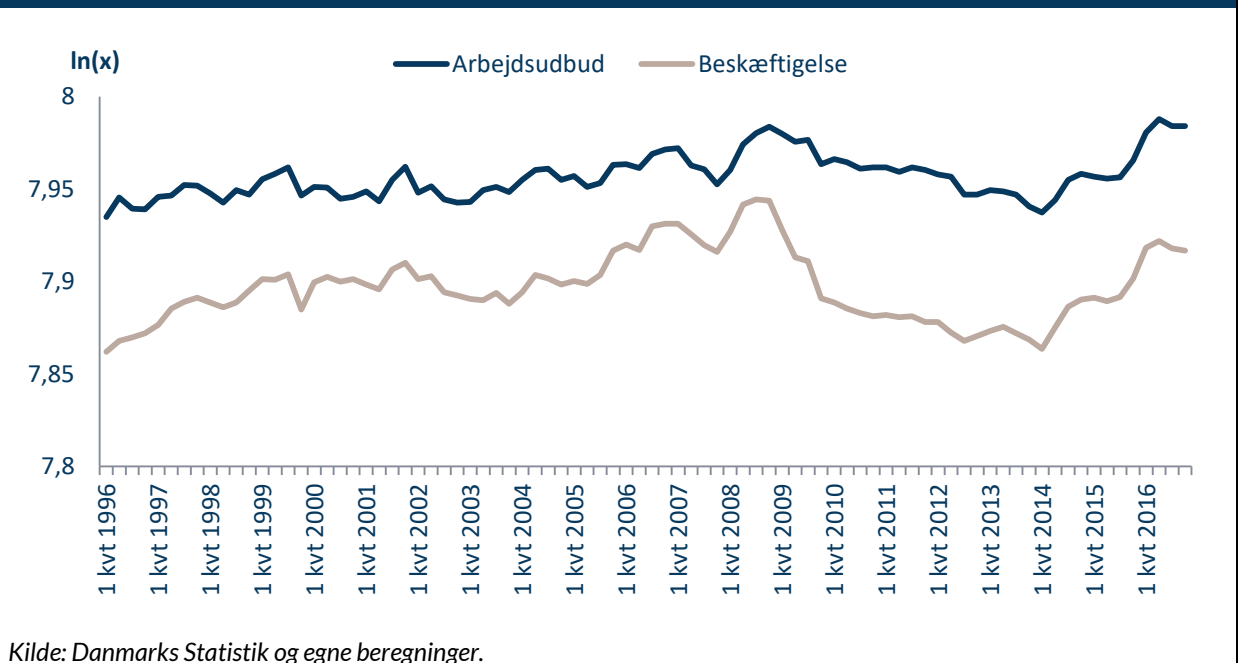
For at udregne reallønnen divideres den nominelle løn med BNP-deflatoren, hvor BNP-deflatoren er normaliseret til at være lig med 1 i første kvartal 1996. Det bemærkes, at reallønnen hermed er en produktrealløn. Jævnfør den abstrakte teoretiske makromodel forventes det, at det er produktreallønnen, der er uændret som følge af stød til arbejdsudbuddet, mens en forbrugsrealløn godt kan være påvirket af stød til arbejdsudbuddet, da denne ikke er afgørende for, hvor profitabelt det er for (de indenlandske) virksomheder at investere.

Som mål for den økonomiske aktivitet bruges kædede BNP per capita. Den brugte beskæftigelse er AKU⁶-beskæftigelsen, og den udbudte mængde af arbejdskraft beregnes som AKU-beskæftigede plus AKU-ledige. Det bemærkes, at både antal beskæftigelsen og arbejdsudbuddet er målt som antal personer; ikke præsterede timer. Figur 2 viser beskæftigelsen og arbejdsudbuddet.

⁵ Alt data er hentet fra Statistikbanken den 23-02-2018.

⁶ Arbejdskraftundersøgelsen

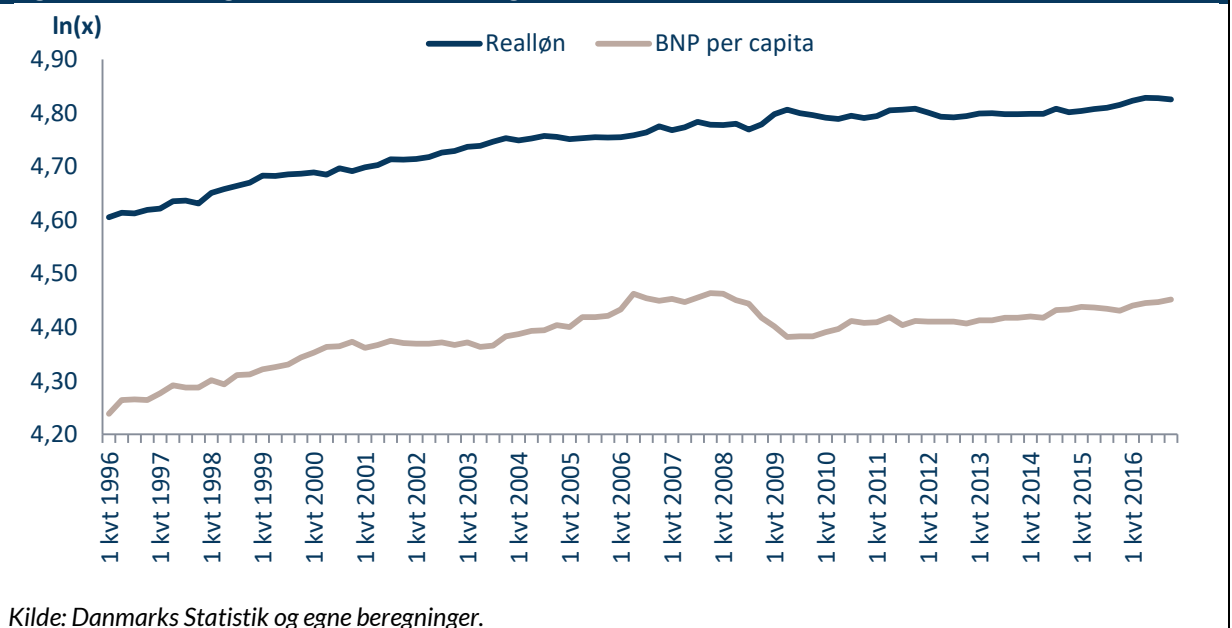
Figur 2. Udviklingen i beskæftigelsen og arbejdsudbud, 1996K1 - 2016K4



Det ses, at beskæftigelsen og arbejdsuddet følger hinanden tæt, samt at der er en svag positiv trend i begge serier, hvilket afspejler befolkningsudviklingen og arbejdsuddedsreformer. Det bemærkes desuden, at finanskrisen tydeligt ses i begge serier. Det bemærkes, at arbejdsuddet er konjunkturfølsomt på kort sigt, se fx Finansministeriet (2014).

Figur 3 viser BNP per capita og reallønnen over tid.

Figur 3. Udviklingen i BNP per capita og reallønnen, 1996K1 - 2016K4



Det ses, at reallønnen og BNP per capita overordnet set følger hinanden meget godt, med undtagelsen af under finanskrisen, hvor BNP per capita faldt voldsomt. Det ses desuden, at der overordnet set er denne samme trend i de to variabler, hvilket kan tolkes som produktivitetsstigninger/teknologisk udvikling.

TEST FOR I(1)

Til formålet at teste for, om der er enhedsrødder i data bruges en enhedsrodtest fra Ng & Perron (2001)⁷. Grunden til, at der fokuseres på denne teststatistik er, at simulationsstudierne i samme artikel viser, at styrken og størrelsen af teststatistikken er meget imponerende.

I valget af signifikansniveau følges Madala & Kim (1998) kapitel 4 (side 139-140), der foreslår at bruge et meget højt signifikansniveau i test for enhedsrødder, hvis dette er en del af en foregående analyse. Formålet med dette er at undgå, at det samlede signifikansniveau afviger for meget fra 5 pct. I det efterfølgende bruges et signifikansniveau på 10 pct. (Det højeste, der er tabuleret af Ng & Perron (2001)).

Af tabel 1 fremgår resultaterne af testene for, om variablerne er I(1). Testene er specificeret, så der opnås styrke mod det trendstationære alternativ, jævnfør figur 2 og 3. Den relevante kritiske værdi for teststatistikken er -14,2. Den maksimale laglængde er sat til 4.

| Tabel 1. Test for I(1) variable | | |
|---------------------------------|-------------|----------------------------|
| Variabel | MZ_{ρ} | Antal laggede differencer. |
| Beskæftigelse | -6,58 | 1 |
| Realløn | -2,05 | 0 |
| BNP per capita | -3,94 | 2 |
| Arbejdsudbud | -10,71 | 0 |

Det ses, at ingen af teststatistikkerne er numerisk højere end den kritiske værdi, og hypotesen om én enhedsrod kan derfor ikke afvises for nogle af variablerne.

Ovenstående test viser, at variablerne som minimum er I(1), mens det kan stadig ikke afvises, at nogle af variablerne er I(2), hvorved førstedifferensen for hver serie har en enhedsrod. Der testes derfor, om førstedifferencerne af hver variabel har en enhedsrod. Teststatistikken specificeres på en måde, så der opnås styrke mod alternativet, at førstedifferencerne af hver variabel er I(0) omkring en middelværdi, der er forskellig fra 0. Tabel 2 opsummerer resultaterne.

⁷ I artiklen præsenteres tre teststatistikker, men der fokuseres i det efterfølgende kun på én test statistik for overskuelighedens skyld.

| Tabel 2. Test for I(2) variable | | |
|---------------------------------|-------------|---------------------------|
| Variabel | MZ_{ρ} | Antal laggede differencer |
| Δ Beskæftigelse | -33,72 | 0 |
| Δ Realløn | -32,54 | 0 |
| Δ BNP per capita | -5,34 | 2 |
| Δ Arbejdsudbud | -20,62 | 0 |

Den kritiske værdi er -5,7, hvor der igen bruges et 10 pct. signifikansniveau. Næsten alle teststatistikkerne er numerisk større end den relevante kritiske værdi, og det afvises derfor, at nogen af variablerne skulle være I(2). Undtagelsen er BNP per capita, hvor det ikke kan afvises, at denne serie skulle være I(2), men denne konklusion er borderline. Det giver dog ikke økonomisk mening at behandle BNP per capita som en I(2) variabel, og alle variablerne bliver derfor behandlet som værende I(1). Det giver derfor mening at undersøge, om de er kointegrerede.

KORT INTRODUKTION TIL KOINTEGREREDE VAR-MODELLER

I dette afsnit beskrives kointegration kort. Afsnittets primære formål er at introducere basal intuition og notation.

Lad Y_t være en $K \times 1$ vektor, der indeholder data. Hvis data indeholder enhedsrødder, er hver enkelt serie ikke stationær, men det kan tænkes, at en lineær kombination af serierne er stationær. For at gøre dette præcist, kan en VAR (p)-model altid skrives på vector error correcting (VEC) form⁸.

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + e_t$$

hvor e_t er iid. $N(0, \Omega_e)$, og Ω_e er ikke singulær.

For at error specifikationen er logisk konsistent, skal der gælde, at alle leddene er integrerede af samme orden. Dette indebærer, at Π skal have reduceret rang⁹. Hvis denne rang betegnes som r , gælder det, at

$$\Pi = \alpha\beta'$$

hvor α , og β er $K \times r$. Da α og β ikke er identificeret hver for sig, normaliseres β i det efterfølgende som

⁸ Der ses bort fra den deterministiske del af modellen.

⁹ Hvis Π har fuld rang er variablene stationære. Identifitetsmatricen er et simpelt eksempel på en matrice med fuld rang, hvorved systemet er stationært. Hvis Π er lig med 0, så er modellen en VAR(p-1) i første differencer, og der er derved ikke nogen langtidssammenhænge i data.

$$\beta = \begin{pmatrix} I_r \\ \tilde{\beta} \end{pmatrix}$$

der er uden tab af generalitet, så længe variablerne er ordnet, så de mest error correcting variabler er placeret først.

Det bemærkes, at $\tilde{Y}_t = \beta' Y_{t-1}$ er stationær og ofte betegnes som afvigelserne fra langtidsligevægte. Givet denne fortolkning kan den r 'te kolonne af α tolkes som en opsummering af, hvordan hver variabel reagerer, når den r 'te ligevægt ikke er opfyldt.

En ulempe ved udelukkende at betragte VEC-repræsentationen af en kointegreret VAR-model er, at det er svært at afgøre, hvilken variabel, der har skubbet systemet og hvilken variabel, der har reageret på at blive skubbet af andre variabler. Disse spørgsmål kan adresseres mere direkte ved at betragte moving average repræsentationen af en kointegreret VAR-model¹⁰:

$$Y_t = C \sum_{s=1}^t e_s + C^*(L)e_t + Y_0$$

hvor C (også kaldet moving average impact matrix) kan vises at have reduceret rang ($K-r$). Denne repræsentation viser, at selvom hver enkelt variabel er $I(1)$, så drives den stokastiske proces af $K-r$ "sande" enhedsrødder¹¹, der fungerer som "push-faktorer", mens der er r error correcting variabler, der reagerer på stød til push-faktorerne. Dette er med til at understrege, at valget af kointegrationsrangen er meget vigtig og i høj grad vil påvirke den økonomiske tolkning af modellen. Det kan ses ud fra moving average impact-matricen, hvilken variabel, der har fungeret som "common trends", der har skubbet systemet, og hvilken variabel, der er blevet skubbet til. Hvis en kolonne i C indeholder mange signifikante koefficienter indebærer dette, at denne variabel har været en push-faktor, der primært har påvirket de andre. Hvis en række i C har mange signifikante koefficienter, indikere dette, at den relevante variabel er blevet skubbet af de andre variable.

Herudover viser moving average repræsentationen, at den stokastiske proces (udover common trends) ligeledes består af en stationær del og initiale betingelser.

Der findes flere metoder til at estimere kointegrerede VAR-modeller, men i det efterfølgende fokuseres på feasible generalized least squares (FGLS), som oprindeligt udviklet af Ahn & Reinsel (1990) i konteksten af kointegrerede VAR-modeller og beskrevet grundigt i Lütkepohl (2005). Grunden til, at der fokuseres på FGLS-estimation (fremfor for maximum likelihood estimation (MLE)) er, at Brüggerman & Lütkepohl (2004) via Monte Carlo-studier har vist, at MLE produce-

¹⁰ Se Juselius (2007) kapitel 5 og referencerne deri.

¹¹ Disse refereres ofte til som common trends.

rer estimater, der engang imellem er meget langt fra de sande værdier¹² i små (endelige) stikprøver. Dette er ikke et problem for FGLS, som vist af Brüggerman & Lütkepohl (2004).

Det er forsøgt at bruge MLE til estimationen af den konkrete model, men i dette tilfælde blev der produceret ikke-plausible estimater, som fx at reallønnen skulle falde, når BNP per capita stiger på længere sigt. FGLS producerede ikke den slags estimater, og det blev derfor konkluderet, at ML-estimaterne formodentligt lå ude i halerne af deres fordeling, og derfor bliver der fokuseret på FGLS i det efterfølgende.

SPECIFIKATIONEN AF VAR-MODELLEN OG KOINTEGRATIONS-RANGEN

I dette afsnit specificeres den deterministiske del af VAR-modellen, og herefter findes den relevante laglængde ud fra informationskriterier. Efter den relevante laglængde er fastlagt, bruges en trace-statistik til at teste for kointegrationsrangen.

Det ses i figur 2 og 3, at data indeholder trends, så det er ønskværdigt, at den kointegrerede VAR-model specificeres på en sådan måde, at den er konsistent med trends i data. Dette opnås ved at inkludere en konstant, der ikke er restringeret til at være i kointegrationsrelationen og derfor generer trends i variableerne.

Herefter bruges standard informationskriterier til at finde laglængden for den underliggende VAR-model. Tabel 3 viser resultaterne.

| Lag | AIC | HQ | BIC |
|-----|---------|---------|---------|
| 1 | -30,30 | -30,06* | -29,70* |
| 2 | -30,36* | -29,93 | -29,29 |
| 3 | -30,20 | -29,58 | -28,65 |
| 4 | -29,97 | -29,15 | -27,94 |

Note: En * viser, hvor den minimale værdi af kriteriet findes.

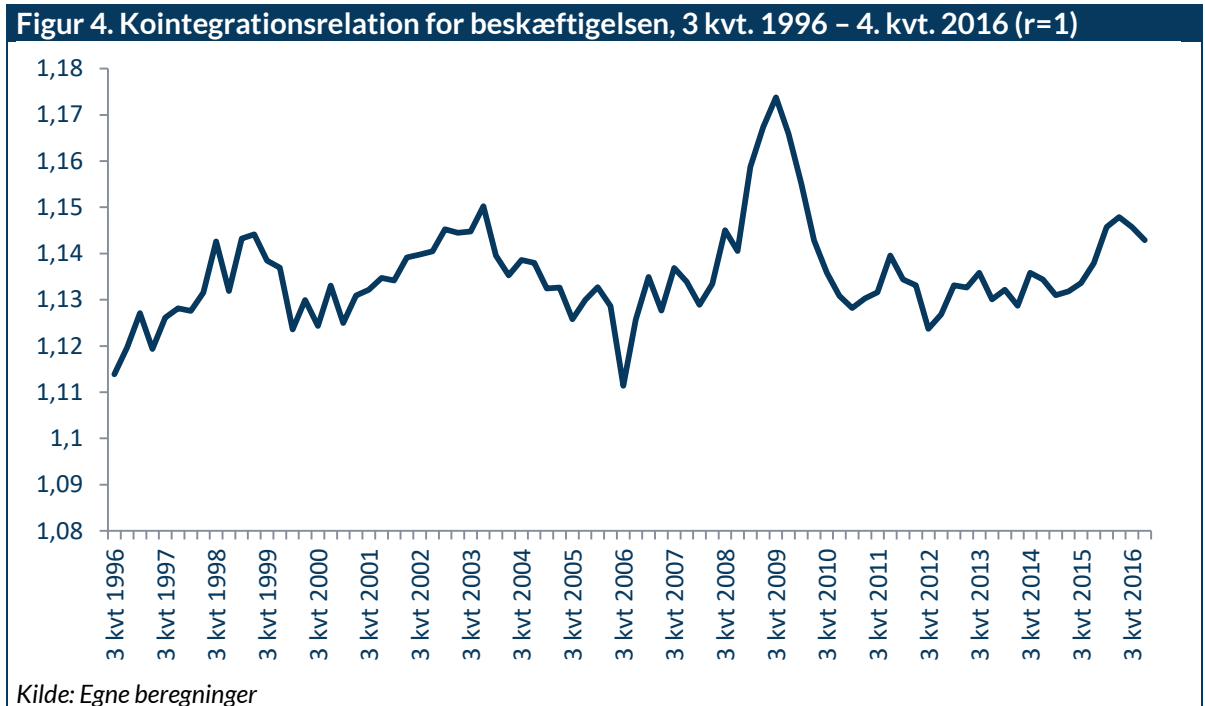
AIC indikerer, at laglængden skal være 2, mens HQ og BIC indikerer en laglængde på 1. En laglængde på 1 vil indebære, at al kortsigtdynamik vil være error correcting (se VEC-repræsentationen), hvilket virker som en for simpel beskrivelse af det danske arbejdsmarked, og derfor benyttes en laglængde på 2.

BESTEMMELSE AF KOINTEGRATIONS-RANGEN

Den økonomisk plausible kointegrationsrang er 2, således at beskæftigelsen og reallønnen er uafhængige af hinanden på langt sigt, som det vil forventes jævnfør det teoretiske afsnit. Dette indebærer desuden, at modellen drives af to enhedsrødder, som løst sagt kan tolkes som arbejdsudbud og arbejdsefterspørgsel.

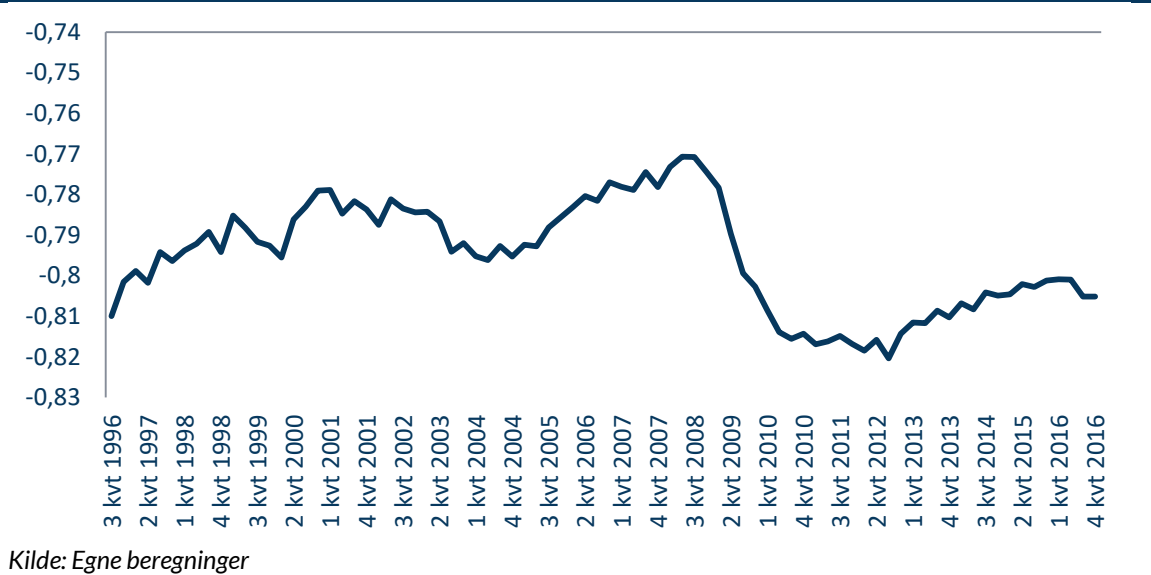
¹² Se Phillips (1992) for en analytisk forklaring på dette fænomen.

Figur 4 viser kointegrationsrelationen (afvigelser fra ligevægtene), når kointegrationsrangen er lig med 1, således at der kun er én langsigtsammenhæng i data, nemlig for beskæftigelsen, der er den mest error correcting variabel.



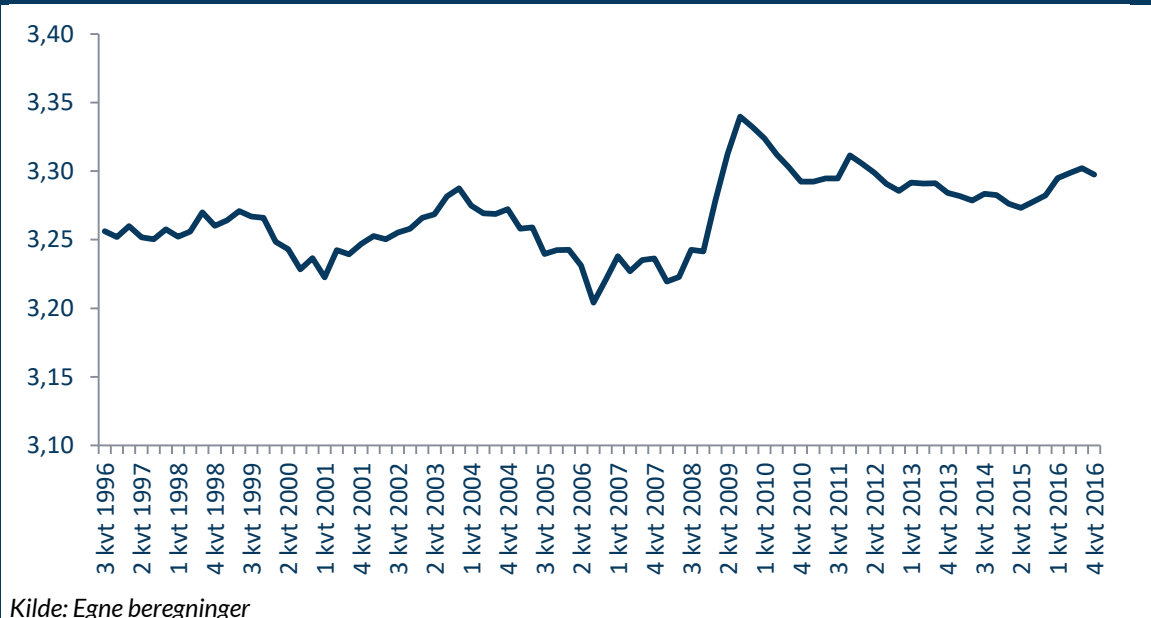
Figur 4 viser, at kointegrationsrelationen overordnet set er stationær, men at overophedningen af dansk økonomi før finanskrisen, og det efterfølgende fald i beskæftigelsen, ret tydeligt kan ses. Det bemærkes, at i figur 4 afhænger beskæftigelsen af reallønnen i ligevægt, mens teorien tilsiger, at disse skal være uafhængige af hinanden på langt sigt. I figur 5 og 6 hæves kointegrationsrangen til 2, således at beskæftigelsen ikke afhænger eksplicit af reallønnen i ligevægt.

Figur 5. Afvigelser fra ligevægten for beskæftigelsen, når denne ikke afhænger af real-lønnen ($r=2$)



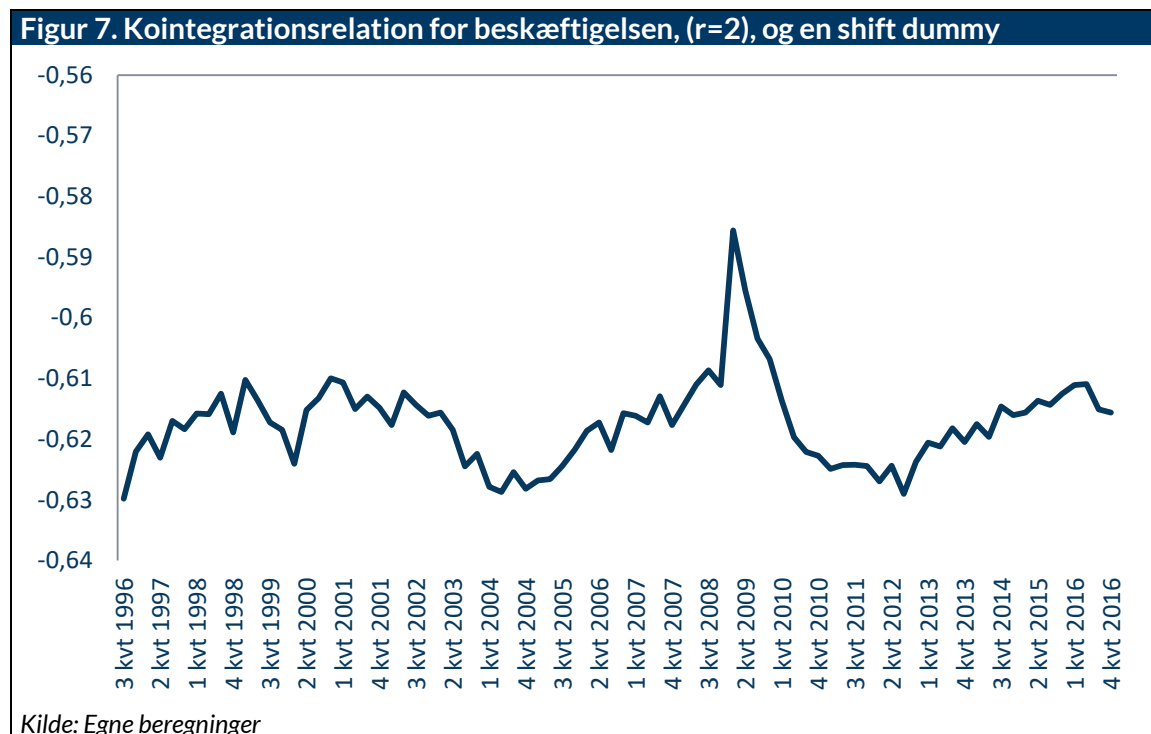
I figur 5 ses det, at der er et niveauskifte i kointegrationsrelationen for beskæftigelsen efter ca. 4. kv. 2008, og denne kointegration er således ikke stationær. Dette tyder på, at der kan være sket et strukturelt brud i kointegrationsrelationen.

Figur 6. Afvigelser fra ligevægt for reallønnen ($r=2$)



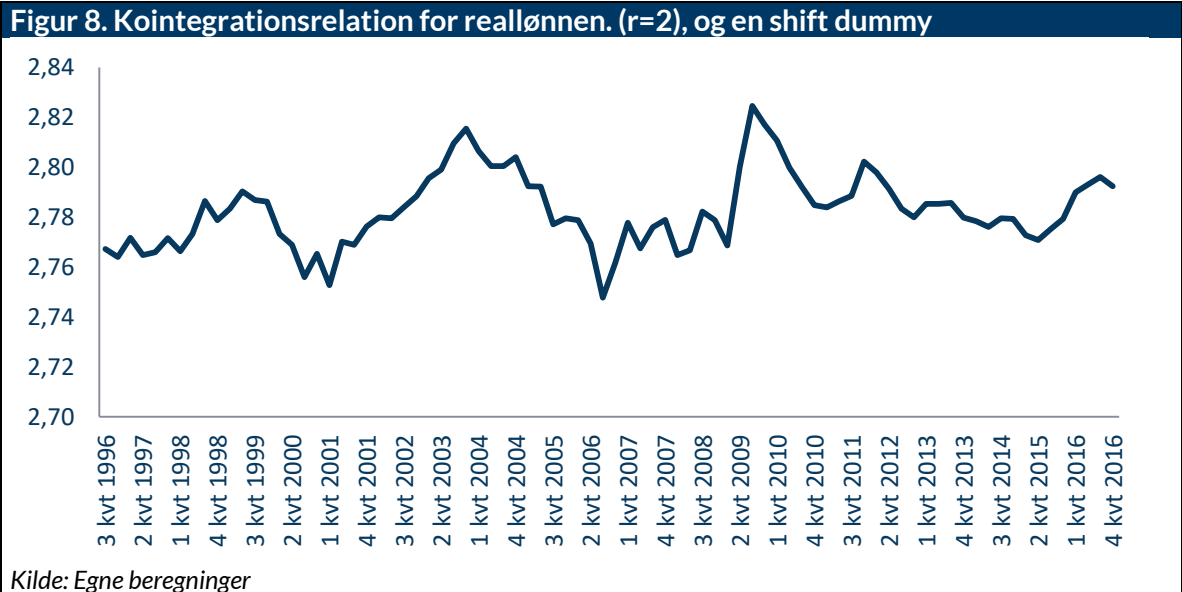
I figur 6 ses det, at der er et forholdsvist stort spring i kointegrationsrelationen for reallønnen fra 1. kv. 2009 til 2. kv. 2009, der giver anledning til et niveauskifte, der gør, at denne kointegrationsrelation ikke er stationær.

Motiveret af figur 5 og 6 er der indsat en shift dummy i de to kointegrationsrelationer, der er lig med 0 til og med 4. kv. 2008¹³ og lig med 1 fremefter. Denne shift dummy tager således hensyn til niveauskiftet og er en standard måde at modellere strukturelle brud i litteraturen.



Sammenlignes figur 7 med figur 4, er overophedningen af dansk økonomi og den efterfølgende finanskriser stadig åbenlys, men ellers ser denne kointegrationsrelation stationær ud. Dette indikerer, at shift dummyen ikke nødvendigvis behøver at være i kointegrationsrelationen for beskæftigelsen.

¹³ Ingen af hovedkonklusionerne er ændret af at lade dummyen være lig med 1 til og med 1 kv. 2009 i stedet for.



Figur 8 viser kointegrationsrelationen for reallønnen, og denne ser stationær ud. Sammenlignes figur 6 med figur 8, konkluderes det, at shift dummyen i høj grad påvirker langsigtsammenhængen mellem reallønnen og systemets andre variabler. Dette giver mening, da reallønnen ikke faldt lige så voldsomt som BNP per capita i forbindelse med finanskrisen, se figur 3.

Problemet med at inkludere en shift dummy i modellen er, at tracestatistikens asymptotiske fordeling påvirkes, så det vil være nødvendigt at finde dennes fordeling ud fra et Monte Carlo-studie, se Johansen et al. (2001). Dette er dog ud over dette arbejdspapirs ambitionsniveauet. I stedet bemærkes det, at hvis kointegrationsrangen er lig med 3, så er der kun en common trend, hvilket udelukker enten arbejdsudbuddet eller arbejds efterspørgslen som push-variabler, hvilket ikke virker plausibelt. Herudover er der estimeret modeller, hvor kointegrationsrangen er sat lig med 3, og i dette tilfælde ser ingen af kointegrationsrelationerne stationære ud. Der fortsættes derfor med en kointegrationsrang på 2.

ESTIMATION AF DEN KOINTEGREREDE VAR-MODEL.

I det efterfølgende vises den estimerede langtidslige vægt og vektorerne, der bestemmer, hvordan de andre variabler reagerer, når systemet ikke er i ligevægt.

Beskæftigelsen bestemmes på langt sigt af parameterestimer, som er opsummerede i tabel 5.

Tabel 5. Langtidsligevægten for beskæftigelsen.

| Variabel | Estimeret værdi | Estimeret standardafvigelse | t-statistik |
|----------------|--------------------|-----------------------------|-------------|
| Arbejdsudbud | 1,00 ¹⁴ | 0,060 | 0,011 |
| BNP per capita | 0,13 | 0,029 | 4,49 |
| Shift-dummy | -0,026 | 0,14 | -0,19 |

Note: t-statistikken for arbejdsudbud er en test for, om denne koefficient er forskellig fra én.

Det ses, at beskæftigelseselasticiteten ikke er signifikant forskellig fra 1, hvilket er dens teoretiske værdi, hvis beskæftigelsen og arbejdsudbuddet skal vokse lige hurtigt på langt sigt. Det bemærkes desuden, at BNP per capita, der fungerer som en proxy for arbejdskraftsefterspørgslen, også er signifikant, hvilket er konsistent med en niveaueffekt. Dette er dog et partielt resultat i denne kontekst. I forbindelse med estimationen af moving average impact-matricen vises det, at BNP per capita ikke har haft signifikante permanente effekter på beskæftigelsen. Det bemærkes desuden, at shift dummyen kan ekskluderes, hvilket ikke er overraskende baseret på de grafiske analyser af kointegrationsrelationerne.

Tabel 6 viser den estimeret langtidsligevægt for reallønnen.

Tabel 6. Langtidsligevægten for reallønnen.

| Variabel | Estimeret værdi | Estimeret standardafvigelse | t-statistik |
|----------------|-----------------|-----------------------------|-------------|
| Arbejdsudbud | -0,22 | 0,0027 | -83,29 |
| BNP per capita | 0,85 | 0,29 | -0,53 |
| Shift-dummy | 0,042 | 0,0056 | 7,58 |

Note: t-statistikken for BNP per capita er en test for, om denne koefficient er forskellig fra én.

Det ses, at arbejdsudbuddet har en afdæmpende effekt på reallønnen på langt sigt. I estimationen af moving average impact-matricen vises det dog, at arbejdsudbuddet ikke har haft signifikante permanente effekter på reallønnen. Herudover ses det, at koefficienten for BNP per capita ikke er signifikant forskellig fra 1, hvilket er den teoretiske værdi. Det kan derfor ikke afvises, at reallønnen vokser med samme hastighed som produktiviteten på langt sigt, men at arbejdsudbuddet kan have en niveaueffekt på reallønnen, selv på langt sigt. Herudover bemærkes det, at shift dummyen er signifikant.

Det skal påpeges, at det ville være naturligt at estimere en model, hvor fx både beskæftigelseselasticiteten ift. arbejdsudbud og reallønselasticiteten i forhold til BNP per capita sættes lig med 1. Grunden til, at dette ikke er gjort, er, at en standard Wald-test afviste denne hypotese. Intuitionen bag, at de simultane hypoteser afvises på trods af, at hver af de univariate hypoteser ikke kan afvises, er, at der er korrelation mellem de estimerede koefficienter. En række andre(simultane) hypoteser er testet på kointegrationsvektorerne ved hjælp af Wald-test, men de blev alle afvist. Der fortsættes derfor med at betragte en ikke-restringeret model.

¹⁴ Denne koefficient afviger fra 1 på fjerde decimal.

I tabel 7 vises estimaterne for vektoren, der opsummerer, hvordan systemet reagerer, når beskæftigelsen er over dennes ligevægt.

| Tabel 7. $\hat{\alpha}$ for beskæftigelsen | | | |
|--|---------|-----------------------------|--------|
| Variabel | Estimat | Estimeret standardafvigelse | t-stat |
| Beskæftigelse | -0,25 | 0,13 | -1,89 |
| Realløn | 0,13 | 0,12 | 1,13 |
| BNP per capita | -0,32 | 0,17 | -1,92 |
| Arbejdsudbud | 0,11 | 0,12 | 0,93 |

Det ses, at både koefficienten for BNP per capita og koefficienten for beskæftigelse er borderline forskellige fra 0 ved et dobbeltsidet alternativ. Herved er det kun beskæftigelsen og BNP per capita, der har været error correcting i forhold til beskæftigelsen.

Hvis beskæftigelsen er over ligevægtsniveauet, som bestemt af modellens andre variabler, vil beskæftigelsen blive trukket ned af denne. Dette vil desuden være med til at trække produktionen ned. Dette er konsistent med en error correcting dynamik, dvs., at der sker en tilpasning i hver periode i forhold til, hvor langt fra ligevægtsniveauet beskæftigelsen lå i den foregående periode.

I tabel 8 vises estimaterne for vektoren, der opsummerer, hvordan systemet reagerer, når reallønnen er over dennes ligevægt.

| Tabel 8. $\hat{\alpha}$ for reallønnen | | | |
|--|---------|-----------------------------|--------|
| Variabel | Estimat | Estimeret standardafvigelse | t-stat |
| Beskæftigelse | -0,11 | 0,059 | -1,80 |
| Realløn | -0,12 | 0,052 | -2,39 |
| BNP per capita | 0,12 | 0,077 | 1,65 |
| Arbejdsudbud | 0,026 | 0,053 | 0,50 |

I tabel 8 ses det, at reallønnen og beskæftigelsen er signifikant error correcting i forhold til reallønnen.

Beskæftigelsen er signifikant forskellig fra 0, hvis der bruges en enkelsiddet alternativ hypotese (herved er den kritiske værdi numerisk lig med 1,64). Grunden til, at det er relevant at betragte et enkelsiddet alternativ for beskæftigelsen, er, at hvis reallønnen er over sit ligevægtsniveau, så vil det være naturligt for virksomhederne at afskedige medarbejdere, da arbejdskraften er for dyr.

Herudover er reallønnen error correction i forhold til sig selv, og BNP per capita er borderline error correcting i forhold til reallønnen, hvis der betragtes et enkelsiddet alternativ. Det sidste resultat kommenteres der yderligere på i forbindelse med moving average impact matricen.

Det bemærkes, at arbejdsudbuddet ikke er error correcting i forhold til nogen variabel, hvilket indikerer, at arbejdsudbuddet er en ren push-variabel, der udelukkende har påvirket de andre variabler i systemet.

Udover ovenstående estimater består systemet desuden af yderligere parameterestimater, der gør, at systemet ikke udelukkende er error correcting. Disse resultater vises for overskuelighedens skyld ikke her.

I appendiks præsenteres analyser, der viser, at de statistiske antagelser, der ligger bagved estimationsmetoden, er opfyldt, hvorved estimationsresultaterne er troværdige i store stikprøver.

ANALYSE AF, HVILKET VARIABLER, DER HAR DREVET DEN DANSKE BESKÆFTIGELSE OG REALLØN

I afsnittet, der gav en kort introduktion til kointegrerede VAR-modeller, blev det nævnt, at betragtninger ud fra VEC-repræsentationen ikke er den mest direkte måde at finde ud af, hvilke variabler, der "presser" systemet ud af ligevægt og hvilke variabler, der reagerer på at blive presset. Denne information fås mere direkte fra moving average repræsentationen, da moving average impact-matricen angiver, hvordan kumulative stød til en variabel påvirker de andre variabler i systemet. For at afgøre, om arbejdsudbuddet har skubbet til beskæftigelsen (eller nogle af de andre variabler) beregnes moving average-matricen i tabel 9.

Moving average impact matricen, C , er opsummeret i tabel 9.

| Tabel 9. Moving average impact matricen, C . | | | | |
|--|---------------|-------------|-------------|-------------|
| Variabel | L_e | w_e | $(Y/N)_e$ | M_e |
| Beskæftigelse | 0,24 (0,59) | 0,15 (0,80) | 0,16 (1,02) | 0,85 (2,05) |
| Realløn | -0,17 (-0,64) | 0,52 (4,53) | 0,36 (3,75) | 0,08 (0,29) |
| BNP per capita | -0,13 (-0,38) | 0,64 (4,29) | 0,45 (3,27) | 0,31 (0,81) |
| Arbejdsudbud | 0,25 (0,66) | 0,07 (0,39) | 0,11 (0,71) | 0,81 (2,18) |

Anm.: t-statistikker i parentes. Standardafvigelse, der er brugt at beregne t-statistikkerne fundet ud fra 1000 bootstrapreplikationer.

Fra første række ses det, at beskæftigelsen har været error correcting i arbejdsudbuddet, mens der ikke er nogen andre variabler, der har påvirket beskæftigelsen.

Fra anden række ses det, at reallønnen har været error correcting i forhold til BNP per capita. Kombineret med betragtningen om, at BNP per capita ikke har påvirket beskæftigelsen signifikant, indikerer analysen, at arbejdskraftsefterspørgsel hovedsageligt påvirker reallønnen på langt sigt.

Fra tredje række ses det, at BNP per capita har været error correcting i forhold til reallønnen og BNP per capita. En forklaring kan f.eks. være indgåelsen af overenskomster, hvor lønfremgang til dels erstattes med øget fravær i forbindelse med børns sygdom, efteruddannelse og lignende, således at lavere målt lønstigningstakt følges af lavere produktion per capita. Anvendelsen af shift dummyen kan ligeledes være en medvirkende årsag til den statistisk konstaterede sammenhæng.

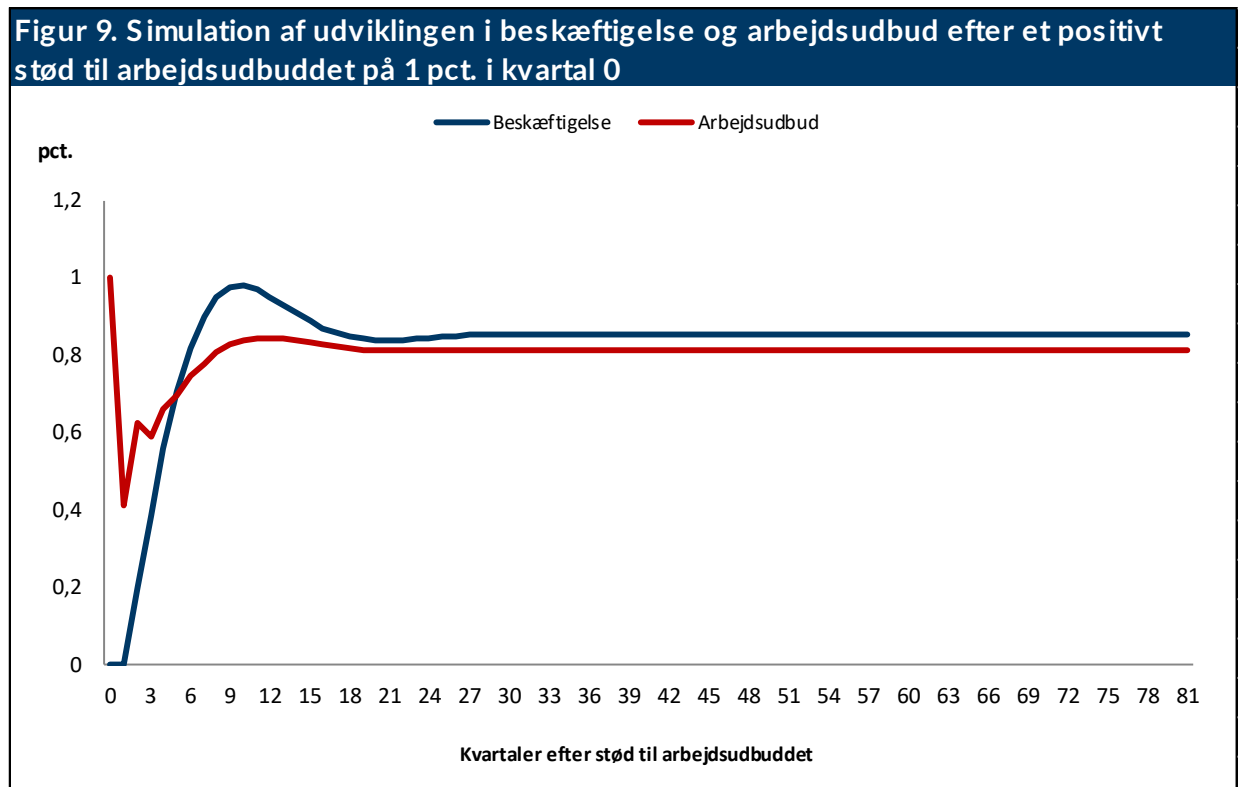
Fra fjerde række ses det, at arbejdsudbuddet ikke har været error correcting i forhold til nogen af de andre variabler. Kombineret med betragtningen om, at arbejdsudbuddet har påvirket beskæftigelsen signifikant, er arbejdsudbuddet en ren push-variabel. Dette er desuden konsistent med konklusionen i analysen af α -vektorerne, der viste, at arbejdsudbuddet ikke reagerede, når systemet var ude af ligevægt.

TILPASNINGEN TIL EN NY LIGEVEGT SOM FØLGE AF ET FORØGET ARBEJDSUDBUD

Et centralt spørgsmål er, hvor hurtigt en økonomi kommer hen til sin nye ligevægt. I ADAM-modellen tager tilpasningen ca. 20 år, mens Finansministeriet regner med en tilpasning på 4-5 år (se Finansministeriet (2014)).

I det efterfølgende undersøges økonomiens tilpasning ved at simulere modellen med et stød til arbejdsudbuddet og uden et stød til arbejdsudbuddet. Herved fås de rene effekter af et stød til arbejdsudbuddet i den estimeret model.

Figur 9 viser, hvordan beskæftigelse og arbejdsudbuddet reagerer, når arbejdsudbuddet stiger med 1 pct. på tidspunkt 0.



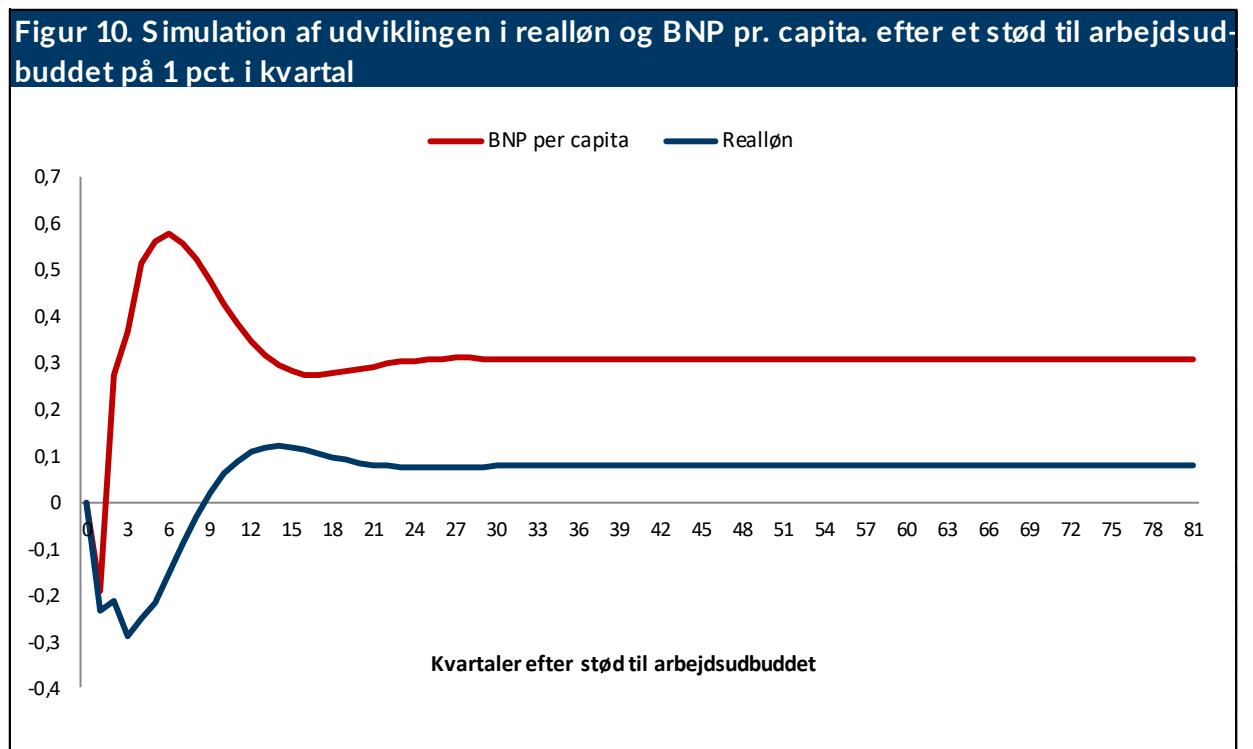
Kilde: Egne beregninger

Fra figur 9 ses det, at arbejdsudbuddet stiger hurtigere end beskæftigelse de første fire kvartaler (svarende til et år) efter det initiale stød, og herved er arbejdsløsheden steget. Efter 4-5 år ses det, at økonomien er i sin nye ligevægt, hvor hverken beskæftigelsen eller arbejdsudbuddet ændrer sig mere. Tilpasningshastigheden er således i overensstemmelse med, hvad Finansministeriet vurderer den til at være.

Det bemærkes desuden, at den procentvise stigning i beskæftigelsen er en smule større end den procentvise stigning i arbejdsudbuddet, hvorved den naturlige ledighed er faldet i den nye ligevægt. Dette skyldes udelukkende, at beskæftigelsen i udgangspunktet ikke er lige så stor som arbejdsudbuddet, så derfor giver selv små udsving i beskæftigelsen anledning til forholdsvist store procentvise udsving i beskæftigelsen¹⁵. Det er således ikke tilfældet, at når arbejdsudbuddet stiger med fx 20.000 personer, så vil beskæftigelsen stige med fx 25.000 personer.

Herudover bemærkes det, at beskæftigelsen ikke ender med at stige med 1 pct. (som det ellers ville forventes ud fra kointegrationsrelationen for beskæftigelsen). Dette skyldes, at de andre variabler, inklusive arbejdsudbuddet, har ændret sig over tid. Dette er med til at understrege, at det ikke er tilstrækkeligt kun at betragte kointegrationsrelationerne for at få indsigt i langsigtssammenhængene mellem systemets variabler. Grunden til, at det ikke er tilstrækkeligt at betragte elasticiteterne i kointegrationsrelationer, er, at de ikke tager hensyn til ændringer i andre variabler, som følge af et stød.

Figur 10 viser, hvordan reallønnen og BNP per capita reagerer, når arbejdsudbuddet stiger med 1 pct. på tidspunkt 0.



Kilde: Egne beregninger

I figur 10 ses det, at der er et enkelt kvartal, hvor BNP per capita falder, hvilket er svært at tolke. I resten af tiden er BNP per capita højere, end det var til at starte med, hvilket er som forventet,

¹⁵ Denne sammenhæng referres engang imellem som "små tals lov".

da beskæftigelsen er steget. Det ses desuden, at der er reallønsfald i de første to år efter stødet til arbejdsudbuddet, mens der er tale om (meget begrænset) reallønstigninger resten af perioden. Grunden til det initiale fald i reallønnen er formodentligt, at fagforeningerne har stået i en svag lønforhandlingssituation, da arbejdsløsheden initialt set var steget.

Endelig bemærkes det, at den samlede tilpasning ser ud til at være færdig efter 5-6 år, hvilket er en smule langsommere end i Finansministeriet (2014), hvor det vurderes, at tilpasningen tager ca. 4-5 år. Det ser derfor ud til, at det tager lidt længere tid, før BNP per capita og reallønnen er i deres nye ligevægt, end det tager for beskæftigelsen og arbejdsudbuddet at komme til deres nye ligevægt.

DISKUSSION AF RESULTATERNE OG IMPLIKATIONER FOR ARBEJDSUDBUDSPOLITIK

Analyserne har vist, at øget arbejdsudbud har permanente positive effekter på beskæftigelsen, hvilket indebærer, at politik, der øger arbejdsudbuddet, kan bruges som et strukturpolitisk instrument. Yderligere blev det fundet, at reallønnen falder de to første år, efter arbejdsudbuddet blev øget, mens reallønseffekten ikke er signifikant forskellig fra nul på langt sigt.

Det bemærkes desuden, at der er visse fordele ved at øge arbejdsudbuddet i en højkonjunktur. Grunden til dette er, at øget arbejdsudbud i en højkonjunktur kan modvirke evt. flaskehalse, der kan opstå, hvis virksomhederne har svært ved at finde (kvalificeret) arbejdskraft.

En yderligere fordel ved at øge arbejdsudbuddet i en højkonjunktur er, at de offentlige finanser vil styrkes. Dette vil således give et større økonomisk råderum til at føre en aktiv finanspolitik, enten i form af øgede offentligt forbrug eller skattelettelser, i tilfælde af, at Danmark skulle blive ramt af en lavkonjunktur i fremtiden.

Det er vigtigt at understrege, at øget arbejdsudbud og beskæftigelse ikke er et mål i sig selv, selv om det rent formelt øger væksten. Samfundsøkonomisk er der også en omkostning i form af tabt fritid. Der er imidlertid et samlet samfundsøkonomisk tab ved mindre arbejdsudbud og mere fritid, når det skyldes forvridende skatter og arbejdsmarkedsreguleringer mv. Derfor vil f.eks. en skattereform med lavere beskatning af arbejdsindkomst indebære såvel højere vækst som en samlet samfundsøkonomisk gevinst.

KONKLUSION

I dette arbejdspapir er der estimeret en model, hvor det findes, at arbejdsudbuddet har en signifikant langsigteffekt på beskæftigelsen, mens ingen af de andre variabler påvirkes af beskæftigelsen på langt sigt. Herudover findes det, at øget arbejdsudbud kun har realløneffekter på kort sigt, mens reallønnen på langt sigt er bestemt af udviklingen i produktiviteten. Resultaterne indikerer, at øget arbejdsudbud både kan have en stabiliserende effekt på arbejdsmarkedet i en højkonjunktur og samtidig fungerer som et signifikant strukturpolitisk instrument.

I forhold til videre arbejde er det relevant at udvide modellen med bruttoinvesteringerne for at få et mere præcist billede af, hvilken rolle disse spiller for tilpasningen til den nye ligevægt som følge af et stød til arbejdsudbuddet.

Herudover vil det være interessant at udvide modellen med en forbrugsrealløn, da effekten på forbrugsreallønnen og produktreallønnen ikke nødvendigvis er den samme, når arbejdsudbuddet øges.

APPENDIKS: ANALYSEN AF DEN STATISTISKE MODELS BAGVEDLIGGENDE ANTAGELSER

Der gælder overordnet set for enhver statistisk analyse, at der kun kan opnås konsistente estimater og valid inferens, hvis antagelserne, der ligger bag den valgte estimationsmetode, er opfyldt i den specifikke empiriske applikation. Det er derfor nødvendigt at tjekke, om disse antagelser er opfyldt. I dette appendiks undersøges det, om de mest kritiske antagelser er opfyldt for den estimerede model. Det bemærkes, at FGLS ikke bygger på en antagelse om, at de (sande) residualer kommer fra en multivariat normalfordeling (som det antages for MLE), og det testes derfor ikke, om de estimerede residualer kommer fra en multivariat normalfordeling.

Indledningsvist blev det testet, om de estimerede residualer er autokorrelerede. Denne test er ikke kun vigtig i en statistisk henseende¹⁶, men har også betydning for den økonometriske tolkning af modellen. Hvis residualerne ikke er autokorrelerede, er dette konsistent med, at agenterne i økonomien har rationelle forventninger i den forstand, at de bruger al tilgængelig information på en efficient måde. Hvis de estimerede residualer findes at være autokorrelerede, kan det betyde, at der er information, agenterne ikke bruger, når de lægger planer for fremtiden. Se Hendry & Richard (1983) for yderligere diskussion.

Til formålet at teste for autokorrelation bruges en LM-test, se fx Juselius (2007) kapitel 4 og referencerne deri. Denne test følger (asymptotisk) en chi i anden fordeling, hvor antallet af frihedsgrader afhænger af antallet af variabler. Resultaterne er opsummeret i tabel A1.

| Tabel A1. Test for autokorrelation i de estimerede residualer. | | | |
|--|---------|---------------|---------|
| Lag | LM-stat | Frihedsgrader | p-værdi |
| 1 | 23,45 | 16 | 0,10 |
| 2 | 17,072 | 16 | 0,38 |

Hvor det ses, at p-værdierne er så høje, at vi ikke kan afvise H0 om, at de estimerede residualer ikke indeholder autokorrelation.

Det er ligeledes kritisk for, om valid inferens og konsistente estimater kan opnås, at modellens parametre er stabile over tid.

Der er allerede modelleret et strukturelt brud i kointegrationsrelationerne med hjælp af shift dummyen. Hvis Y_t^+ angiver de oprindelige data, hvor shift dummyen er tilføjet, vil følgende variabel være stationær

$$\tilde{Y}_t = \hat{\beta}' Y_t^+$$

Hvor $\hat{\beta}'$ er de estimerede kointegrations relationer.

Der testes i det efterfølgende for, om parametrene i den følgende model er stabile over tid.

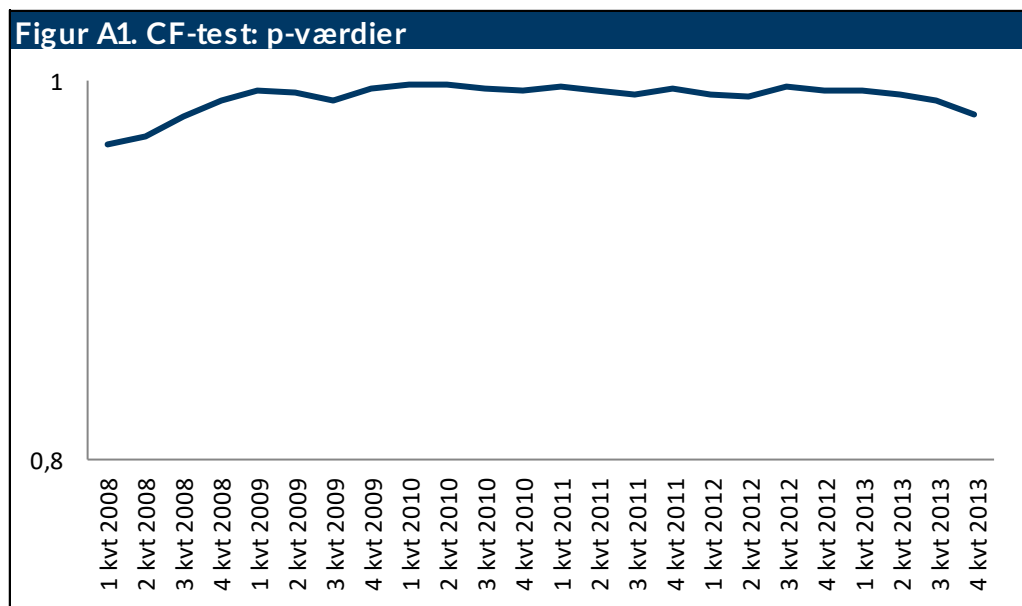
¹⁶ Autokorreleret estimerede residualer kunne være et tegn på udeladte variable.

$$\Delta Y_t = \alpha \tilde{Y}_{t-1} + \Gamma \Delta Y_{t-1} + \theta c + e_t$$

Hvor c angiver en konstant, der generer vækst i modellens variabler som forklaret tidligere.

Da det kan tænkes, at et strukturelt brud finder sted omkring finanskrisen, testes der for brud for hvert kvartal fra første kvartal 2008 frem til fjerde kvartal 2013.

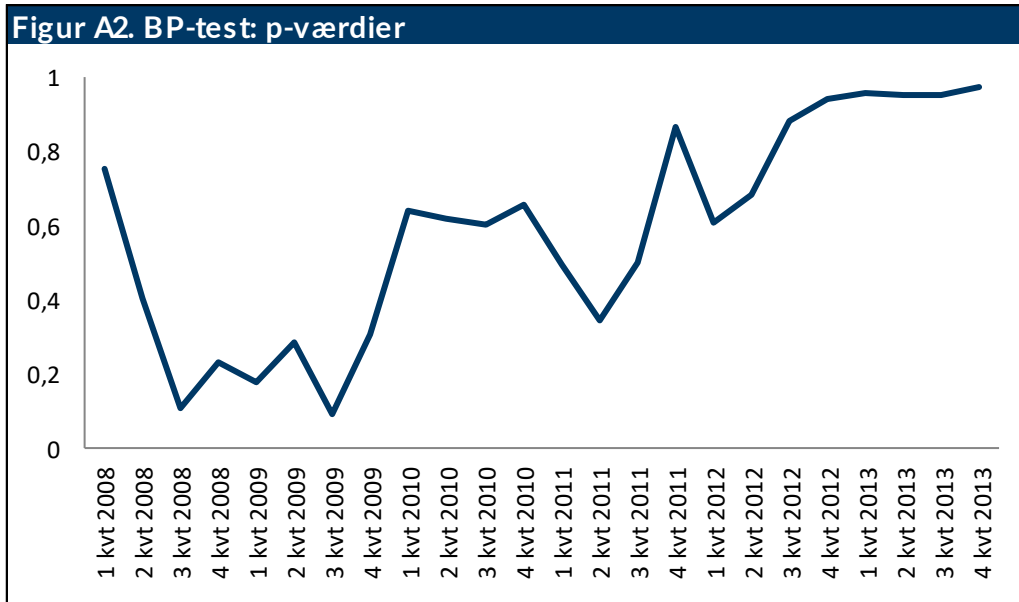
I det efterfølgende benyttes en Chow-test for, om modellens parametre er stabile over tid ved at undersøge, om der er signifikante ét periodes forecast-fejl. Hvis der er signifikante ét periodes forecast-fejl, konkluderes det, at modellens parametre har ændret sig, se fx Lütkepohl (2005). Dette er således en test for, om alle parametrene er stabile over tid inklusiv parametrene i den estimerede varians-kovarians-matrice for de estimerede residualer. Candelon & Lütkepohl (2001) viste, at den asymptotiske fordeling for denne teststatistik er en dårlig approksimation af dennes sande fordeling ved en endelig stikprøvestørrelse. Derfor bruges 1.000 bootstrappede stikprøver til at finde p-værdierne.



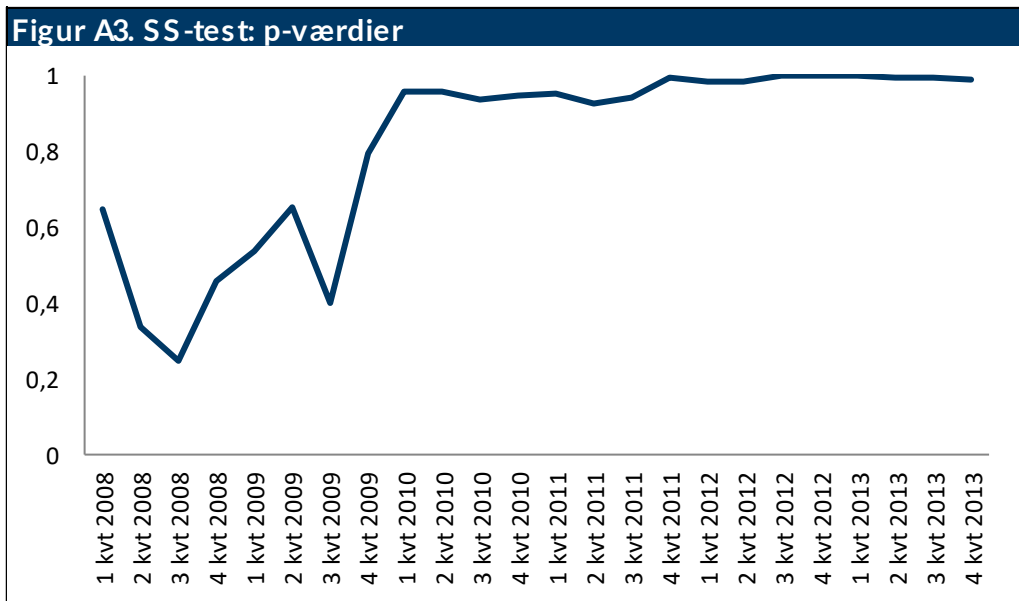
Kilde: Egne beregninger

I figur A1 ses det, at p-værdierne stort set er 1 det meste af tiden, og det kan derfor ikke afvises, at modellen skulle være stabil over tid.

Da strukturel stabilitet er en meget vigtigt egenskab for den estimerede model, suppleres der med yderligere to tests for denne egenskab. Nemlig en Break Point test og en Sample Split test. Begge disse tester for, om alle parametrene (undtagen parametrene i residualernes varians-kovarians-matrice) er stabile over tid. Figur A2 og A3 opsummerer resultaterne.



Kilde: Egne beregninger



Kilde: Egne beregninger

Hvor der hverken ser ud til at være strukturel ustabilitet ud fra figur A2 og A3. Sammenholdes figur A1-A3 konkluderes det, at modellen er stabil over tid.

Endelig testes der for, om de estimerede residualer har problemer med heteroskedasticitet. En multivariat test, som foreslået i Doornik & Hnedry (1997), vil i det mest simple tilfælde indebære en model, hvor der skal estimeres 110 parametre. Da der kun er 82 observationer for de estimerede residualer, betragtes en multivariat test ikke, og der betragtes standard univariat test for heteroskedasticitet (første ordens ARCH). Tabel A2 viser resultaterne.

| Tabel A2, test for univariate ARCH(1) i de estimerede residualer. | | |
|---|--------|---------|
| Variabel | t-stat | p-værdi |
| Beskæftigelse | 5,13 | 0,051 |
| Realløn | 0,00 | 1,00 |
| BNP per capita | 0,16 | 0,65 |
| Arbejdsudbud | 0,58 | 0,46 |

Hvor der er boarderline evidens for ARCH-heteroskedasticitet for beskæftigelsen. Dette skyldes formodentligt resultaterne i figur 4, hvor beskæftigelsen ikke fulgte de resterende variabler særligt tæt i en kort periode omkring finanskrisen, hvilket har givet anledning til en større varians.

Opsummerende ser det ud til, at modellens bagvedliggende antagelser bag den statistiske analyse er opfyldt, og estimaterne forventes derfor at være konsistente, hvorved analysen er valid.

LITTERATUR

Ahn, S. K. and G.C. Reinsel (1990) Estimation of partially nonstationary multivariate autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 85, 813-823.

Beierholm, K (2015). An empirical analysis of the relationship between the labour force and employment. Non-published master thesis, Aarhus University.

Brüggemann, R. and H. Lütkepohl (2004). Practical problems with reduced rank ML estimators for cointegration parameters and a simple alternative, Discussion paper, European University Institute, Florence.

Candelon, B. and H. Lütkepohl (2001). On the reliability of Chow type tests for parameter constancy in multivariate dynamic models. *Economic Letters* 73, 155-160

Doornik, J. A. and D.F. Hendry (1997). *Modelling Dynamic Systems Using PcFiml 9.0 for Windows*. International Thomson Business Press, London.

De Økonomiske Råd (2017): *Dansk Økonomi, forår 2017*.

Finansministeriet (2014). *Finansredegørelse 2014*.

Hendry, D.F and J.F. Richard (1983). The econometric analysis of time series (with discussion). *International Statistical Review*, 51, 111-163.

Johansen, S., R. Mosconi, and B. Nielsen (2000). Cointegration analysis in the presence of structural breaks in the deterministic trend. *Econometrics Journal*, 3, 216-249.

Juselius, K (2007). *The cointegrated VAR model, methodology and application*. Oxford university press.

Juselius, K and M. Franchi (2007). Taking a DSGE Model to the Data Meaningfully. *Economics Discussion Papers, No 2007-6*, Kiel Institute for the World Economy.

King, R.G, Plosser, C.I and S.T.Rebelo (1988). Production, Growth and Business Cycles. The basic Neoclassic model. *Journal of monetary economics* 21, 195-232.

Lütkepohl, H (2005). *New Introduction to Multiple Time Series*. Springer.

Maddala, G.S and I-M. Kim (1998). *Unit Root Cointegration and Structural Change*. Cambridge University Press.

Phillips, P. C. B. (1994). Some exact distribution theory for maximum likelihood estimators of cointegrating coefficients in error correction models. *Econometrica*, 62, 73-93